

Resolución de ecuaciones bicuadráticas

Introducción

Las **ecuaciones bicuadráticas** son ecuaciones polinómicas de cuarto grado que tienen la forma general:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

donde a , b y c son constantes y $a \neq 0$. Este tipo de ecuaciones se llama "bicuadrática" porque la variable está elevada a la cuarta potencia. Para resolver una ecuación bicuadrática, se realiza un cambio de variable, simplificando la ecuación a una ecuación cuadrática.

Procedimiento de resolución

1. **Cambio de variable:** Sea $y = x^2$. Entonces, la ecuación bicuadrática se convierte en una ecuación cuadrática en y :

$$ay^2 + by + c = 0$$

2. **Resolver la ecuación cuadrática:** Utiliza la fórmula general para resolver la ecuación cuadrática:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. **Volver a la variable original:** Sustituye $y = x^2$ en las soluciones obtenidas. Esto te dará una ecuación cuadrática en x :

$$x^2 = y_1 \quad \text{y} \quad x^2 = y_2$$

4. **Resolver para x :** Si y_1 y y_2 son positivas, las soluciones para x son:

$$x = \pm\sqrt{y_1} \quad \text{y} \quad x = \pm\sqrt{y_2}$$

Si y_1 o y_2 son negativas, no existen soluciones reales para x .

Ejercicios

1. Resolver la ecuación bicuadrática $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.
2. Resolver la ecuación bicuadrática $2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$.
3. Resolver la ecuación bicuadrática $x^4 + 4x^2 - 21 = 0$.
4. Resolver la ecuación bicuadrática $3x^4 - 7x^2 + 6 = 0$.
5. Resolver la ecuación bicuadrática $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$.